

## КОМПЮТЪРНА ЛАБОРАТОРИЯ ЗА АВТОМАТИЗИРАН СИНТЕЗ НА ФАЗОВО МАНИПУЛИРАНИ СИГНАЛИ

Пламен Янакиев<sup>1</sup>, Моника Беджева<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Шуменски университет „Епископ Константин Преславски“

<sup>2</sup> Шуменски университет „Епископ Константин Преславски“

## COMPUTER LABORATORY FOR AUTOMATED SYNTHESIS OF PHASE MANIPULATED SIGNALS

Plamen Yanakiev<sup>1</sup>, Monika Bedzheva<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Konstantin Preslavsky University of Shumen

<sup>2</sup> Konstantin Preslavsky University of Shumen

### Abstract

*The systems of signals have a crucial influence on the technical and exploitation characteristics of the radio-communication systems, in which they are used. Due to this reason in the paper a computer laboratory for automated synthesis of phase manipulated (PM) signals is presented. The computer laboratory could be used for extensive analysis and synthesis of PM signals, providing high rate of information transmission and high resistance of the radio-communication systems in a hostile radio-electronic environment.*

**Keywords:** ideal periodic autocorrelation functions; phase manipulated signals; synthesis of signals.

### ВЪВЕДЕНИЕ

Системите от сигнали имат определящо влияние върху техническите и експлоатационните характеристики на радио-комуникационните системи, в които се използват. По тази причина системите от сигнали трябва да отговарят на голям брой изисквания, основните от които са: простота на генерирането и обработката им, ефективно използване на електромагнитния спектър, ниска вероятност за прехващане, оптимални корелационни свойства и др. Теоретичният анализ и натрупаният практически опит в тази област през последните шестдесет години показват, че посочените изисквания са взаимно противоречиви. Това налага в процеса на проектиране да се търсят разумни компромиси, така че в крайна сметка конкретната радио-комуникационната система да е способна да изпълнява своите задачи с висока надеждност при приемлива цена на оборудването, експлоатацията и ремонта [1], [2], [3].

Предвид на това в доклада е представена компютърна лаборатория за автоматизиран синтез на *фазово манипулирани* (ФМ) сигнали. Вниманието към този проблем е породено от следните обстоятелства [1], [2], [3].

Първо, ФМ сигналите имат следните основни положителни страни:

- генерирането и обработката им е по-просто в сравнение със сигналите със скокообразно изменение на носещата честота;
- те са в основата на технологията *директно разширяване на спектъра* (наречена в англоезичната литература *direct spreading of the spectrum*), която осигурява висока шумозащитеност и електромагнитна съвместимост на радио-комуникационните системи.

Второ, методите за синтез на ФМ сигнали са обект на интензивни изследвания през последните шестдесет години, но, въпреки това, много въпроси все още са далече от изчерпателното им решаване. По тази причина на сегашния етап от развитието на

технологииите синтезът на ФМ сигнали се осъществява чрез съчетаване на аналитични и евристични подходи.

## КОМПЮТЪРНА ЛАБОРАТОРИЯ ЗА АВТОМАТИЗИРАН СИНТЕЗ НА ФАЗОВО МАНИПУЛИРАНИ СИГНАЛИ

Натрупаният през последните шестдесет години опит от изследователите показва, че най-вероятно проблемът за синтез на ФМ сигнали е от типа *exp-time задачи*. Това са задачи, при които времето за решение  $T_{sol}$  зависи експоненциално от обема на необходимата информация  $V_{inf}$ , т.е.

$$T_{sol} \sim e^{\gamma V_{inf}}. \quad (1)$$

Тук  $\gamma$  е коефициент, който се определя от особеностите на задачата.

Тъй като експоненциалната функция нараства много бързо с нарастването на своя аргумент (в (1) това е  $V_{inf}$ ), *exp-time* задачите по принцип не могат да бъдат решени за практически приемливо време. Въпреки това, бързото нарастване на производителността на компютърната техника в съчетание с напредъка на теоретичните методи дава възможност коефициентът  $\gamma$  в (1) да бъде намален до степен, при която *exp-time* задачите могат да бъдат решени за приемливо време за голям брой конкретни стойности, представляващи подмножество на  $V_{inf}$ .

Предвид на тази ситуация, изчислителната ефективност на компютърната лаборатория за автоматизиран синтез на ФМ сигнали, която ще бъде представена по-нататък, се основава както на теоретични така и на програмни подходи. Преди да се пристъпи по-детайлно описание, следва да се отбележи, че целта на компютърната лаборатория е да се синтезират цифрови сигнали

$$\{s(i)\}_{i=0}^{N-1} = \{s(0), s(1), \dots, s(N-1)\}, \quad (2)$$

чиито *периодични автокорелационни функции* (ПАКФ) имат така наречената идеална форма, подобна на делта импулс

$$Q_{ss}(r) = \sum_{i=0}^{N-1} s(i)s^*(i+r)_N = \begin{cases} N, & r = 0, \\ 0, & r \neq 0, \end{cases}$$

при зададени тип на фазовата манипулация и дължина на сигнала  $N$ .

В (3) символите „ $\langle i+r \rangle_N$ “ и „\*“ означават „привеждане на сумата (в скобите) по  $\text{mod } N$ “ и „комплексно спрягане“ съответно, а параметърът  $r$  показва, че *времето отместване (time shift)* между сигналите  $\{s(i)\}_{i=0}^{N-1}$  и  $\{s^*(i)\}_{i=0}^{N-1}$  е  $r\Delta t$ ,  $0\Delta t \leq r\Delta t \leq (N-1)\Delta t$ . Също така в (3) е отчетено, че в цифровите системи за обработка на информация периодът  $\Delta t$  на синхронизиращите *тактови импулси (clock pulses)* е константа за цялата система и по тази причина не се изписва в повечето формули.

Задаването на типа на фазовата манипулация означава, че отчетите на цифровия сигнал (2) трябва да са елементи на предварително определено *сигнално съзвездие (signal constellation)* или *сигнална азбука (signal alphabet)* с размер  $n_\alpha$ , т.е.

$$\forall s(i) \in \{\alpha(l)\}_{l=0}^{n_\alpha-1} = \{\alpha(0), \alpha(1), \dots, \alpha(n_\alpha-1)\}. \quad (4)$$

Тук следва да се отбележи, че отчетите  $s(0), s(1), \dots, s(N-1)$  на цифровия сигнал (2) представляват така наречените *комплексни амплитуди на чиповете (елементарните фазови импулси)*, които формират ФМ сигнала. Ето защо с оглед на опростяването на процедурите при генерирането и обработката на ФМ сигналите, най-често елементите („буквите“, „символите“) на сигналното съзвездие (4) имат вида

$$\alpha(l) = e^{j\frac{2\pi}{n_\alpha}l}, \quad l = 0, 1, \dots, n_\alpha-1, \quad (5)$$

като типичните стойности на неговия размер  $n_\alpha$  са

$$n_\alpha = 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 32, 64, 128, 256. \quad (6)$$

От (2) и (4) се вижда, че в най-обща ситуация времето за решаване на задачата за синтез на ФМ сигнали с идеална ПАКФ е

$$T_{sol} \sim e^{\gamma(N \log_e n_\alpha)}, \quad (6)$$

тъй като всички възможни сигнали (2) при спазване на ограничението (4) са

$$(3) \quad Q_{PM}(n_\alpha, N) = n_\alpha^N. \quad (7)$$

За намаляване на изчислителната сложност на задачата за синтез на ФМ сигнали с

идеална ПАКФ, редица изследователи прилагат следния метод [2], [4], [5].

Нека дължината на сигнала  $N$  е просто число, т.е.  $N = p$ . В тази ситуация решението на задачата за синтез на ФМ сигнали идеална ПАКФ се търси като множеството на ненулеви номери на отчетите

$$F_p^* = \{1, 2, \dots, p-1\}, \quad (8)$$

се разделя на  $d$  непресичащи се подмножества

$$C_{cl}(1), C_{cl}(2), \dots, C_{cl}(d), \quad (9)$$

от по  $m$  елемента всяко като

$$md = p - 1 \quad (10)$$

е някое от възможните разлагания на  $p - 1$  в произведение на два множителя  $m, d$ .

Следователно множеството на всички номери на отчетите  $F_p$

$$F_p = \{0, 1, 2, \dots, p-1\}, \quad (11)$$

може да се представи като теоретико-множествена директна сума от подмножествата (9) и едноелементното подмножество  $\{0\}$

$$F_p = \{0\} + C_{cl}(1) + \dots + C_{cl}(d). \quad (12)$$

След това разбиване се приема, че отчетите на ФМ сигнала (2), чиито номери са от едно и също подмножество в (12), имат една и съща стойност. По-формално, използва се следното правило (за кодиране)

$$s(0) = 1, s(k) = z_i \in \{\alpha(l)\}_{l=0}^{n_\alpha-1}, \quad (13)$$

$$k \in C_{cl}(i), k, i = 1, 2, \dots, p-1.$$

Както се вижда, при този подход всички възможни сигнали (2) при спазване на ограничението (4) са

$$Q_{PM}(n_\alpha, N) = n_\alpha^d = n_\alpha^{\frac{N-1}{m}}, N = p, \quad (14)$$

и, в резултат на това, времето за решаване на задачата за синтез на ФМ сигнали с идеална ПАКФ намалява до

$$T_{sol} \sim e^{\gamma(d \log_e n_\alpha)}. \quad (15)$$

Допълнително съкращаване на времето за решаване на задачата за синтез на ФМ сигнали с идеална ПАКФ се постига като подмножествата (9) се избират да бъдат *циклотомични класове* [2], [4], [5], [6]

$$C_{cl}(l) = \theta^{l-1} \{\theta^{0,d}, \theta^{1,d}, \dots, \theta^{(m-1)d}\}, \quad (16)$$

$$l = 1, 2, \dots, d,$$

като тук  $\theta$  е произволен примитивен елемент на крайното алгебрично поле  $GF(p)$ .

Разбиването на множеството на номери на отчетите  $F_p$  на циклотомични класове ще бъде пояснено със следния пример.

**Пример 1:** Елементите на  $GF(7)$  могат да се разделят по 2 начина на непресичащи се класове, тъй като  $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2 = 7 - 1$  и възможните стойности на множителите  $m, d$  са

$$m = 2, d = 3, \quad (17)$$

$$m = 3, d = 2. \quad (18)$$

От (17) се вижда, че при използване на примитивния елемент  $\theta = 3 = \theta_1$  непресичащите се класове са

$$m = 2, d = 3, C_{cl}(0) = \{0\},$$

$$C_{cl}(l) = \theta^{l-1} \{\theta^{0,3}, \theta^{1,3}\} = \quad (19)$$

$$= \begin{cases} \{1, 6\}, & l = 1, \\ \{3, 4\}, & l = 2, \\ \{2, 5\}, & l = 3, \end{cases} \quad (20)$$

$$m = 3, d = 2, C_{cl}(0) = \{0\},$$

$$C_{cl}(l) = \theta^{l-1} \{\theta^{0,2}, \theta^{1,2}, \theta^{2,2}\} = \quad (21)$$

$$= \begin{cases} \{1, 2, 4\}, & l = 1, \\ \{3, 5, 6\}, & l = 2. \end{cases} \quad (22)$$

Аналогично от (18) се вижда, че при използване на примитивния елемент  $\theta = 5 = \theta_2$  непресичащите се класове са

$$m = 2, d = 3, C_{cl}(0) = \{0\},$$

$$C_{cl}(l) = \theta^{l-1} \{\theta^{0,3}, \theta^{1,3}\} = \quad (23)$$

$$= \begin{cases} \{1, 6\}, & l = 1, \\ \{2, 5\}, & l = 2, \\ \{3, 4\}, & l = 3, \end{cases}$$

$$m = 3, d = 2, C_{cl}(0) = \{0\},$$

$$C_{cl}(l) = \theta^{l-1} \{\theta^{0,2}, \theta^{1,2}, \theta^{2,2}\} = \quad (24)$$

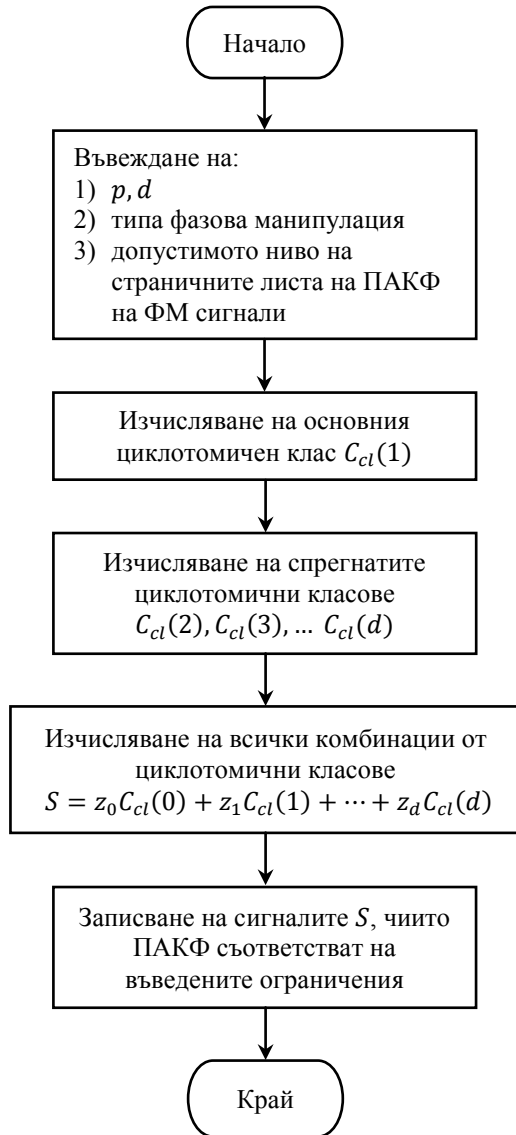
$$= \begin{cases} \{1, 2, 4\}, & l = 1, \\ \{3, 5, 6\}, & l = 2. \end{cases}$$

Накрая, нека бъде прието, че са избрани:  $N = p = 7$ , разбиването (17) и примитивният елемент  $\theta = 3 = \theta_1$ . Тогава ФМ сигнал (2) получава следният вид

$$\{s(i)\}_{i=0}^6 = \{1, z_1, z_3, z_2, z_2, z_3, z_1\}. \quad (25)$$

Следователно броят на неизвестните величини намалява от 7 на 3.

Предвид на изложените аргументи, блок-схемата на компютърната лаборатория за автоматизиран синтез на ФМ сигнали има вида, показан на фиг. 1.



Фиг. 1: Блок-схема на компютърната лаборатория за автоматизиран синтез на ФМ сигнали

Времето за изпълнение на програмата се съкращава благодарение на следните подходи.

Първо, при разбиването на елементите на  $F_p$  на непресичащи се класове по правилото (16) при фиксирани стойности на множителите  $m, d$  класът  $C_{cl}(1)$  не зависи от конкретния избор на примитивен елемент.

Това позволява основният циклотомичен клас  $C_{cl}(1) = \{\theta^{0,d}, \theta^{1,d}, \dots, \theta^{(m-1)d}\}$  да бъде изчислен по следния несложен алгоритъм

Стъпка 1: Изчисляване на  $d$ -те степени на всички числа  $\{1, 2, \dots, p-1\}$  по  $\text{mod } p$ , т.е.

$$a_i \equiv i^d \text{ mod } p, \quad i = 1, 2, \dots, p-1. \quad (26)$$

Стъпка 2: От числата  $a_i$ , изчислени на предходната стъпка, се взема един пълен комплект от  $m = (p-1)/d$  на брой различни числа. Този комплект представлява класа

$$d, C_{cl}(1) = \{a_{i_0}, a_{i_1}, \dots, a_{i_{m-1}}\} \quad (27)$$

на  $d$ -те степени на по  $\text{mod } p$ .

Второ, спрегнатите циклотомични класове  $C_{cl}(2), C_{cl}(3), \dots, C_{cl}(d)$  се получават като основният циклотомичен клас  $C_{cl}(1)$  последователно се умножава с числата  $2, 3, \dots, p-1$  докато се получат  $d$  различни подмножества от по  $m$  елемента (числа).

Тук се използва фактът, че  $C_{cl}(1)$  всъщност е мултипликативна подгрупа на  $F_p^*$ . По тази причина циклотомични класове  $C_{cl}(2), C_{cl}(3), \dots, C_{cl}(d)$  са просто спрегнати класове на  $C_{cl}(1)$ .

Трето, най-бавният етап в блок-схемата от фиг. 1 е изчисляването на всички комбинации

$$S = z_0 C_{cl}(0) + z_1 C_{cl}(1) + \dots + z_d C_{cl}(d), \quad (28)$$

като тук  $z_0 = 1$ .

При реализирането на блок-схемата от фиг. 1 като програмен код е използван фактът, че ако някакъв ФМ сигнал  $S$  има идеална ПАКФ в съответствие с (3), тогава преобразованието на Фурие го трансформира в цифров сигнал, чиито отчети имат модул  $\sqrt{p}$ . Ето защо реално се търсят кортежите (наборите) от числа

$$z_1, z_2, \dots, z_d, \quad \forall z_i \in \{\alpha(l)\}_{l=0}^{n\alpha-1}, \quad (29)$$

при които модулите на всички отчети  $\mathcal{F}(l, S), l = 0, 1, \dots, p-1$ ,

$$\mathcal{F}(l, S) = \mathcal{F}(l, C_{cl}(0)) + z_1 \mathcal{F}(l, C_{cl}(1)) + \dots + z_d \mathcal{F}(l, C_{cl}(d)), \quad (30)$$

са  $\sqrt{p}$ .

В (30) с  $\mathcal{F}(l, x)$  е означено  $N = p$ -точково дискретно преобразование на Фурие. Например, за сигнала (2) то има вида

$$\mathcal{F}(l, S) = s(0) + s(1)w^l + s(2)w^{2l} +$$

$$\dots + s(p-1)w^{(p-1)l}, \quad l = 0, 1, \dots, p-1, \quad (31)$$

$$w = e^{j\frac{2\pi}{p}}, \quad l = 0, 1, \dots, p-1.$$

Изчисляването на всички отчети  $\mathcal{F}(l, S)$  се опростява много от факта, че отчетите  $\mathcal{F}(l, C_{cl}(1)), \mathcal{F}(l, C_{cl}(2)), \dots, \mathcal{F}(l, C_{cl}(d))$  приемат стойности от едно множество

$$\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_d, \quad (32)$$

което се изчислява предварително.

Накрая трябва да се забележи, че

$$\mathcal{F}(l, C_{cl}(0)) = 1. \quad (33)$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В доклада е представена компютърна лаборатория за автоматизиран синтез на ФМ сигнали. Нейните положителни страни са универсалност и ефективност от изчислителна гледна точка.

Компютърната лаборатория може успешно да се използва в процеса на проектиране на нови радио-комуникационни устройства и системи, характеризиращи се с шумоустойчивост и добра електромагнитна съвместимост.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Настоящата статия се реализира във връзка с Проект РД-08-144/08.02.2018 г. – Интегрирана развойна тестова среда за информационна сигурност, финансиран от ШУ „Епископ Константин Преславски“.

## REFERENCE

- [1] N. Levanon and E. Mozeson, Radar signals, Wiley-Interscience, 2004, 427 pp.
- [2] S. Golomb and G. Gong, Signal design for good correlation for wireless communications, cryptography and radar, Cambridge University Press, 2005, 455 pp.
- [3] V. P. Ipatov, Spread spectrum and CDMA. Principles and Applications, Willey, 2006. - 373 pp.(in Russian)
- [4] E. Gabidulin and V. Shorin, “New sequences with zero auto-correlation,” In: Problems of information transmission, vol. 38, 2002, № 4, pp. 10-23 (in Russian)
- [5] D. Dokovic and I. Kotsireas, “Some new periodic Golay pairs,” <https://arxiv.org/abs/1310.5773v2>, 27 Aug 2014, 8 pp.
- [6] R. Lidl and H. Niederreiter, Finite fields, London: Addison-Wesley Publishing Company, 1983, 818 pp.