

## ИЗСЛЕДВАНЕ НА МОДЕЛИ ЗА АПРОКСИМАЦИЯ НА МАТЕРИАЛЕН ЕТАЛОН С ИЗПОЛЗВАНЕТО НА ВИРТУАЛНО-МЕХАНИЧЕН ЕТАЛОН ЗА ПРАВОЛИНЕЙНОСТ

### STUDY MODELS TO APPROXIMATE THE MATERIAL STANDARD USE OF A VIRTUAL MECHANICAL STANDARD FOR STRAIGHTNESS

**Rositsa Miteva**

*Technical University of Sofia*

#### **Abstract**

*Calibration of material standards for form is an actual metrological problem. The integration of information technology allows the creation of a new type of virtual mechanical standards with new functions and features.*

*The paper presents studies of mathematical models for interpolation and approximation in the calibration of a material standards line using a virtual-mechanical standard for straightness. Present a comparative analysis of models and mistakes that they bring.*

**Keywords:** standards of form, interpolation, approximation, virtual mechanical standard.

#### **ВЪВЕДЕНИЕ**

Интегрирането на възможностите на компютърната техника с прецизните измервателни системи за създаване на високоточна и ефективна еталонна база е едно перспективно направление в метрологичната теория и практика. Разработването на точна и пълна структура, свързваща всички елементи на даден измервателен процес, е първата стъпка за анализа на характеристиките на еталона. За целта е необходимо да бъдат изградени адекватни базови модели на обектите, средствата и методите за измерване. Синтезът на подобни референтни системи изисква разработването на подробен и пълен анализ на всички функционални елементи, участващи в общата метрологична структура.

#### **ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ВИРТУАЛНО-МЕХАНИЧЕН ЕТАЛОН**

Виртуално-механичен еталон (ВМЕ) на формата и разположението е средство за измерване и съответно програмно осигуряване реализиращи изходен еталон във вид на асоцииран елемент, построен спрямо възпроизвеждан от средствата за измерване

реален елемент.

Виртуално-механичният еталон съгласно определението се състои от два основни модула: механичен модул, представляващ физическа реализация на измервателната система, за получаване и извеждане на измервателна информация в удобен формат; и модул програмно осигуряване – разработване на математически модел на измерването и разработване на програмно осигуряване за обработка на получената информация. Чрез механичният модул се реализира извлечения елемент. Той трябва да осигурява възпроизводимост на резултатите при многократна реализация [2, 7, 9].

Отклоненията на формата на реалните повърхнини (елементи) на детайлите се оценяват чрез сравняването им със съответните геометрични (апроксимиращи) елементи, имащи форма на номиналните. Количествено тези отклонения се определят като най-голямото разстояние от точките на извлечения елемент до геометричния (асоциирания) елемент по нормалата към него.

Точната оценка на тези отклонения, разработването на достатъчно ефективни решения, ориентирани към създаването на съвременни методи и средства в това на-

правление, са свързани преди всичко със създаване на необходимите модели, дефиниращи основните елементи. Създаването на математичните модели има за цел да се сведе изследването на различни числови характеристики и качествени свойства на реалните обекти до работа с модели, чиито теоретичен апарат е напълно известен и е удобен за работа [3].

Измерването е процес на експериментално получаване на една или повече стойности, които могат да бъдат логично приписани на дадена величина. В голяма част от измервателните процедури експерименталните данни могат да се представят във вид на масив, състоящ се от наредена двойка числа  $(x_i, y_i)$ . Ето защо обикновено възниква задачата за апроксимация на дискретната зависимост  $y(x_i)$  с непрекъснатата функция  $Y(x)$ . Интерполацията в числовия анализ е метод на конструиране на нови числови стойности в област от множество на изолирани точки от известни числови стойности. В метрологията под понятието интерполация се разбира построяването на функцията  $Y(x)$ , дефинираща крайните резултати от измерване и апроксимираща зависимостта  $y(x_i)$  във всички крайни интервали, формирани между точките на измерване  $x_i$ . Интерполацията е най-често използваната в практиката точкова апроксимация. В точките  $x_i$  стойностите от интерполационната функция трябва да съвпадат с резултатите, получени от измерване, т.е.  $y(x_i) = Y(x_i)$ .

Известни са различни методи за интерполация, от които най-често използваните са [1]:

- Линейна интерполация;
- Кубична сплайн-интерполация;
- Апроксимация/интерполация с ред на Фурие;
- Интерполиране с полином на Лагранж;
- Апроксимация по метода на най-малките квадрати (МНК).

## КАЛИБРИРАНЕ НА МАТЕРИАЛЕН ЕТАЛОН ЗА ПРАВОЛИНЕЙНОСТ

Като база при измерване на праволинейност на профили на плоски повърхнини може да се използва:

- материален еталон;

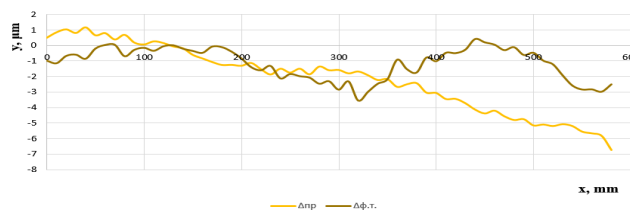
- траектория на точно праволинейно движение.

В първия случай изходна база при измерването се явява профилът на материален еталон за праволинейност [5, 8, 10]. Във втория случай изходна база е траекторията на функционална точка от подвижния модул на праволинейномер.

Калибрирането на ВМЕ за праволинейност може да бъде направено по два начина [11, 12]:

- чрез измерване на отклоненията на траекторията на представителна точка от подвижния модул на праволинейномера;
- чрез метод на реверсия с материален еталон.

Направеният сравнителен анализ между реверсивния метод и метода с нанасяне на корекции във всяка точка е илюстриран графично на фиг. 1.



Фиг. 1 Траектория на праволинейномера

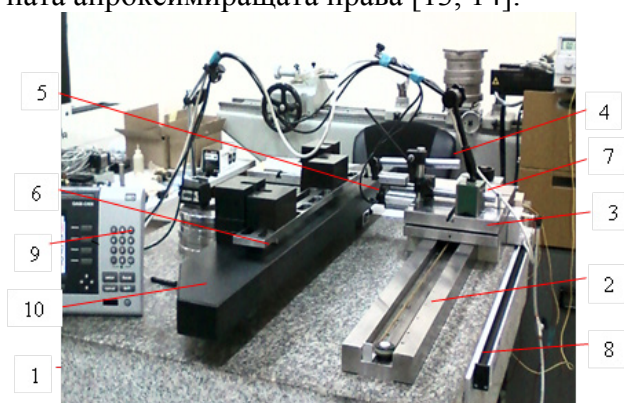
От направеният сравнителен анализ се вижда, че разликата между двете траектории  $\Delta_{\text{пр-ф.т.}}$  е в границите на  $2.97 \mu\text{m}$ .

За целта на изследването е произведена еталонна линия с дължина 560 mm от фирма „Ник – 47“ ООД – Пловдив.

Опитната измервателна установка (фиг. 2) се състои от гранитна виброизолирана основа 1, върху която е монтирана направляващата за праволинейно движение 2, върху която на аеростатични опори извършва постъпателно движение подвижният модул, захранван с постоянно налягане  $P$ . Върху подвижния модул е закрепена неподвижно конзола 4 с монтирани измервателни преобразуватели 5, а преместването му по направляващата се измерва с инкрементална линия 8. Движението на подвижния модул се осъществява с помощта на задвижващия модул 7. Върху гранитната основа са установени заедно еталонната каменна линия

10 и линия 6, която ще се калибрира. Детайлите се ориентират спрямо линията на измерване и направлението на движение чрез регулируеми опори. При движение на подвижния модул 3 измервателните накрайници на преобразуватели 5 обхождат контролирания профил на детайли 10 и 6 в границите на нормирания участък. Изместването на точките на профила спрямо траекторията на движение на характерна точка от преобразувателя и показанията на инкрементална линия 8 се отчитат с електронен блок 9, свързан с компютър.

От получената измервателна информация от блок 9 се построява профилограма на измерваните профили и се оценява отклонението от праволинейност спрямо съответната апроксимиращата права [13, 14].



Фиг. 2. Измерване на праволинейност с ВМЕ

Еталонната линия се измерва по двата профила. Измерванията се извършени с използване на датчици Heidenhein MT 1281, ID359355-02SN26981030 P, Inspection Certificate DIN 55350-18-4.4.2/02.09.2009. Обработката е направена със софтуер Putty Configurator.

Извършват се 5 цикъла измервания със стъпка 5 mm на дължина 540 mm за всеки от профилите [4].

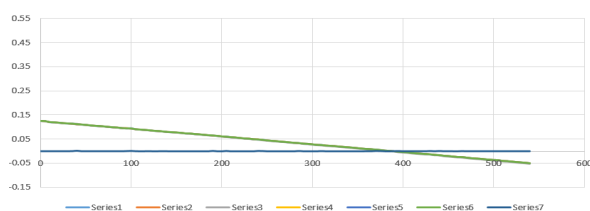
Измерванията са извършвани при температура на околната среда  $(20.7 \pm 0.1)^\circ\text{C}$  и подавано налягане към направляващите – 0.32 MPa.

Получените резултати от измерване се обработват, като се въвеждат поправки за изключване на собствената неправолинейност на ВМЕ. След това данните се обработват със специализиран софтуер [6] за определяне на отклонението от праволинейност спрямо базова права – средна пра-

ва и права на минималната зона и права през крайните точки.

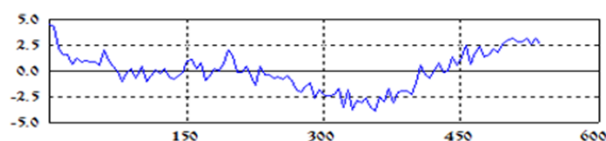
Резултатите от експерименталните изследвания са получени при използване на асоциирана базова права – средна права. Получените резултати за измерените профили се апроксимират по точки през интервал 30 mm. Най-добро приближение до възлите на интерполация дават математичните модели на интерполация – сплайн, кубичен сплайн, МНМК и ред на Фурие [3]. Резултатите за сплайн интерполацията и кубичен сплайн са с близки стойности, което дава основание да се избере само единия математичен модел. По-нататък в работата е направен анализ на резултатите от измерване със сплайн, МНМК и ред на Фурие.

Получените резултати от измерване на праволинейността на профилите на еталонната линия са показани графично на фиг. 3.



Фиг. 3. Отклонение от праволинейност на еталонната линия – профил А и Б

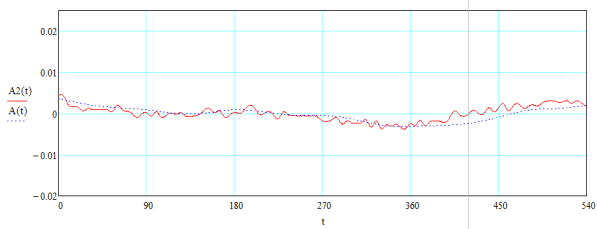
След обработка със специализиран софтуер се получават следните резултати (фиг. 4):



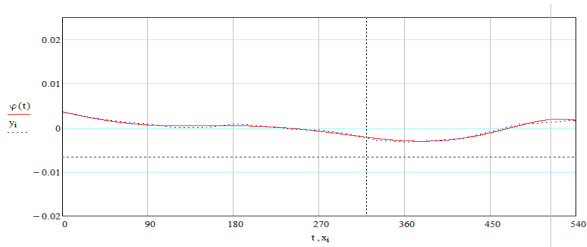
Фиг. 4. Отклонение от праволинейност на профила спрямо средна базова права

$EFL = 0.0082 \text{ mm}$  – базова права – средна  
Получените след обработка данни се използват по-нататък за интерполиране на профила по 19 точки през интервал 30 mm. Резултатите за сплайн интерполацията са показани на фиг. 5. На графиката  $A(t)$  е интерполиращата функция през интервал 30 mm,  $A2(t)$  е функцията на зададения профил през 5 mm. Разликата между двете функции е  $\Delta_{\text{max}} = 2.5 \text{ }\mu\text{m}$  (30.5% от  $EFL$ ) [7].

При апроксимиране по МНМК при същите данни за грешката се получава  $\Delta_{max} = 0.5 \mu\text{m}$  (6% от *EFL*). На фиг. 6 функция  $\varphi(t)$  е апроксимираща функция по МНМК, а зададения профил през 5 mm е  $y_i$ .



Фиг. 5. Сплайн интерполация на профила при 19 точки

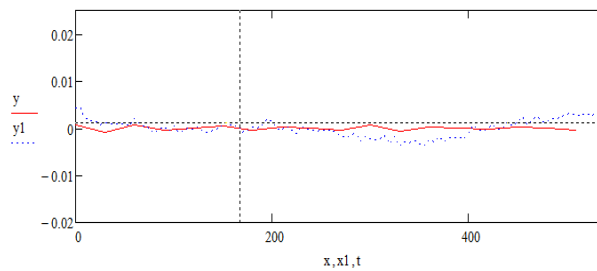


Фиг. 6. Апроксимация с МНМК на профила при 19 точки

За апроксимация с ред на Фурие с шест хармоника при същите данни,  $\Delta_{max} = 2.7 \mu\text{m}$  (33% от *EFL*). На графика фиг. 7 функция  $y$  е апроксимиращата функция с ред на Фурие по 19 точки, а зададения профил през 5 mm е означен с  $y_i$ .

При интерполиране по 54 точки през интервал 10 mm се получава по-малка грешка от интерполиране на профила за сплайн интерполацията –  $\Delta_{max} = 1,9 \mu\text{m}$  (23% от *EFL*). При апроксимиране по МНМК при същите данни за грешката се получава  $\Delta_{max} = 1.6 \mu\text{m}$  (19.5% от *EFL*).

При задаване на интервал 10 mm и 12 хармоника  $\Delta_{max} = 1,6 \mu\text{m}$  (19% от *EFL*). Точността на апроксимация с реда на Фурие се увеличава с увеличаване броя на хармониките. Той може да бъде избран в интервал  $0 \leq j < \frac{m}{2}$ , където  $m$  е броя на интерполационните възли. При 26 хармоника  $\Delta_{max} = 0,16 \mu\text{m}$  (2% от *EFL*). Данните са обобщени в табл. 1.



Фиг. 7. Апроксимация с ред на Фурие на профила при 19 точки

Таблица 1 Максимални грешки, получени при възпроизвеждане на профила

Точки от профила, бр.	EFL [ $\mu\text{m}$ ]	Математичен модел интерполация					
		Сплайн		МНМК		Ред на Фурие	
		$\Delta_{max}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Delta_{max}$ [%]	$\Delta_{max}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Delta_{max}$ [%]	$\Delta_{max}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Delta_{max}$ [%]
19	8.2	2.5	30.5	0.5	6.0	2.70	33
54	8.2	1.9	23.0	1.6	19.5	0.16	2

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение може да се каже, че правилната преценка на характера на профила е важна за избора на подходящи математични модели за апроксимация, с което да се постигне необходимата за измерването точност.

При проведеното изследване получените грешки при възпроизвеждане на профила на еталонната линия при сплайн интерполацията са много големи. Това показва, че профилът има силно изразени екстремуми. Методът на най-малките квадрати дава най-добри резултати когато се апроксимират "гладки" криви, в които няма силно изразени екстремуми. В тези случаи при повече възли на апроксимиране попадат точки със силно изразен екстремум, поради което грешката става от по-голям порядък. Направеният анализ показва, че най-ефикасният метод в този случай е апроксимация с реда на Фурие, защото дава най-добри резултати при правилно определен брой на хармониките.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Korn G, T. Korn, Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov, izd. Nauka, M. 1973.
- [2] Zhelezarov, I. S. Povtoryaemost i vazproivodimost na izmervatelni sistemi. UNITEH 2010. Gabrovo. 2010 g., s. II445 – II448. ISSN 1313-230X.
- [3] Митева Р. Виртуално-механични еталони на формата и разположението, Софттрейд, 2019 г., ISBN 978-954-334-213-6.
- [4] Zhelezarov, I., Analysis of measuring devices and measurement systems. Mechanical Engineering in XXI Century. Nis, Serbia. 2010. p. 199 – 200. ISBN 978-86-6055-008-0.
- [5] Radev, Hr., V. BogeV, D. Dyakov, Metod za izmervane na otklonenieto ot pravolineynost, Sb. Dokladi na natsionalna konferentsia s mezhdunarodno uchastie „Metrologia ‘93“, Veliko Tarnovo, 1993 g.
- [6] BogeV V., Spetsializiran softuer "Otsenka na формата, razpolozhenieto i orientatsiyata pri koordinatni izmervania", TU – Sofia, katedra PTU pri MF, 1999.
- [7] Dyakov D. Otnosno otsenyavaneto na otkloneniyata na формата i orientatsiyata. Sb. dokladi ot 10-ti Natsionalen Nauchen Simpozium s mezhd.uchastie “MMO’2000”, Sozopol, 2000 g., (s. 87-92), ISBN 954-438-229-3.
- [8] Dyakov D., I. Kalimanova, V. BogeV, G. Kasabova. Sistema za izmervane na otklonenieto ot pravolineynost. 12-ti Natsionalen Nauchen Sbornik dokladi ot 12-ti Natsionalen Nauchen Simpozium s mezhd. uchastie“MMO’2002”, Sozopol, 2002 g., s. 147-152, ISBN 954-438-229-5.
- [9] Kalimanova I., D. Dyakov. Izsledvane na karakteristikata na lazerna sistema LMS 100 za izmervane na otklonenia ot pravolineynost. Sbornik dokladi ot XII-ti Natsionalen Nauchen Simpozium s mezhd. uchastie“MMO’2002”, Sozopol 2002 g.,s. 153-157, ISBN 954-438-229-5.
- [10] Dyakov, D., I. Kalimanova, A. Georgiev, Stend za izsledvane na tochnostnite parametri na koordinatni mikropozitsionirashti sistemi. Sbornik dokladi na Konferentsia s mezhdunarodno uchastie mashinoznanie i mashinni elementi, 2008 g., ISBN 978-954-580-260-7, s. 254-260.
- [11] Kalimanova I., D. Dyakov. Bezkontaktna sistema za izmervane na tochnostnite karakteristiki na dvukoordinatni lineyni pozitsionirashti moduli. Sbornik dokladi ot XVIII-ti Natsionalen Nauchen Simpozium s mezhd. uchastie“MMO 2008”, Sozopol, 2008 g., s. 137-141, ISBN 978-954-334-078-1.
- [12] D. Dichev D., F. Kogia, Hr. Koev and D. Diakov. Method of analysis and correction of the error from nonlinearity of the measurement instruments, JOURNAL OF Engineering Science and Technology Review Volume 9, Number 6, 2016 ISSN: 1791-2377, p.116-121
- [13] Nikolova H. N., D. I. Diakov, V. A. Vassilev, Form Deviations Measurement of Planar Surfaces by Overlapping Measuring Positions Using Reference Plane Method, XXVIII International Scientific Symposium "METROLOGY AND METROLOGY ASSURANCE 2018" September 10-14th, 2018, Sozopol, Bulgaria, ISSN 1313-9126 p.65-69;
- [14] Dichev, D., F. Kogia, H. Nikolova, D. Diakov. A mathematical Model of the Error of Measuring Instruments for Investigating the Dynamic Characteristics, Journal of Engineering Science and Technology Review 11(6) (2018) 14-19, ISSN 1791-2377, doi: 10.25103/jestr.116.03; SJR 2017: 0.225; CiteScore 2017: 1.00; SNIP 2017: 0.386.